

國立臺北教育大學師資培育暨就業輔導中心

109 學年度普通數學檢定考試

注意事項：

- * 請核對答案卡與座位上准考證號碼是否相符。
- * 試卷及答案卡皆須繳回。

題目（選擇題 25 題）：

1. 某人購買一套房，簽約時先付 100 萬元，餘款分二十期付清。已知這二十期款額成等差數列，前兩期共 30 萬 5 千元，三、四兩期共 28 萬 5 千元，則此套房總價多少元？
(A) 295 萬 (B) 315 萬 (C) 345 萬 (D) 365 萬
2. 設 a, b 為二正數， $ab=9$ ，求 $(1+a)(1+b)$ 的最小值為何？
(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 20
3. 某電影院，每張票票價為 120 時，每場觀眾平均 500 人，若票價每減 5 元，觀眾人數就增加 50 人，則每張票訂為多少元時有最多的收入。
(A) 100 (B) 95 (C) 90 (D) 85
4. 家華 10 次測驗的平均分數是 87 分。老師將他 10 次考試的最低分和最高分 54 分和 96 分刪除後，做為家華的平均，則家華的平均是
(A) 90 (B) 87 (C) 81 (D) 75

5. 投擲一公正的骰子三次，其中兩次出現相同點數但與另一次不相同的機率為多少？

(A) $\frac{5}{72}$ (B) $\frac{5}{18}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{5}{12}$

6. $\log_2 x^7 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 = 28$ 之解為 (A) 2^4 (B) 2^5 (C) 2^6 (D) 2^7

7. 數字 0,1,2,3,4 可以組成幾個三位數？（數字可以重複選取）
(A)52 個 (B)60 個 (C)100 個 (D)120 個。

8. 坐標平面上兩直線之斜率分別為 $\sqrt{3}$ 及 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ，則下列何者為其一交角
(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90° 。

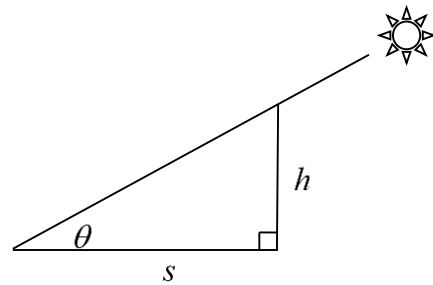
9. 設圓 $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$ 之半徑為 r ，則 r 為多少？
(A)8 (B)6 (C)5 (D)4

10. 多項式 $x^7 - 5$ 被 $(x+1)$ 除的餘式為何？
(A) $x-5$ (B) -6 (C) -4 (D)5

11. 設 $x+y=5, x^2+y^2=13$ ，則 $x^3+y^3=?$
(A)42 (B)35 (C)28 (D)21

12. 某集合中有 5 個正整數，其平均值為 5，其中位數為 5，且只有 8 為眾數，請問在此集合中，最大數和最小數之和是多少？
(A)9 (B)10 (C)11 (D)12

13. 在坐標平面上，下列那一點會與 $(3, 1)$ 、 $(5, 4)$ 兩點共線？
(A) $(-3, -8)$ (B) $(-1, 5)$ (C) $(-2, 1)$ (D) $(-2, -1)$
14. 設袋中有一元、五元、十元、五十元硬幣各一枚，問從袋中任取一個硬幣之數學期望值為多少元？
(A) 15.5 (B) 15 (C) 16.5 (D) 16
15. 天文學家巴塔尼曾經研究過日晷問題，如圖所示，若竹竿長 h ，在太陽光下的投影長為 s ，太陽光與地面的夾角為 θ ，則下列哪一個選項可以表示三者的關係？



- (A) $s = h \sin \theta$
(B) $s = h \cot \theta$
(C) $s = h \tan \theta$
(D) $s = h \csc \theta$
16. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ ， $\angle B$ 與 $\angle C$ 的對邊分別為 a ， b 與 c ，且此三角形的 IQ 定義為： $IQ = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ 。
若三角形的 $IQ = 0$ ，則 $\triangle ABC$ 為何種三角形？

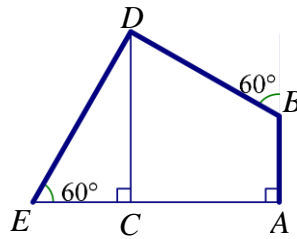
- (A) 正三角形 (B) 等腰三角形 (C) 直角三角形 (D) 銳角三角形
17. 馬路上的人孔蓋是為了方便維修人員到下水道維修電線、水管而設置。由於馬路經常重複鋪設柏油，人孔蓋被蓋住不見是常有的事。為了方便尋找回起見，設置人孔蓋時，會在附近鎖定三個明顯，且不共線的目標 A, B 與 C ，而人孔蓋就設在與這三個點等距之處。某人孔蓋所鎖定的三目標 A, B 及 C 的坐標為

$$A(8,10), B(1,9), C(5,1) ,$$

則此人孔蓋的位置之坐標為何？

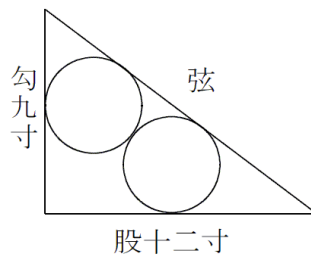
- (A) (5,5) (B) (6,6) (C) (6,5) (D) (5,6)

18. 下圖，一棵樹的樹幹被閃電劈中斷裂，傾倒後碰到離樹根 A 處 3 公尺的圍牆 CD 後又再斷裂，樹頂 E 垂落地面。若樹幹 BD 部分與鉛直方向夾 60° 角，而樹頂 E 與圍牆底部 C 處相距 2 公尺，且牆外折段部分的樹幹 ED 與地面成 60° 角，求這棵樹原來的高度。



- (A) $3+4\sqrt{3}$ (B) $4+3\sqrt{3}$ (C) $3+5\sqrt{3}$ (D) $5+4\sqrt{3}$

19. 《天地明察》是有關和算家澀川春海的傳記故事，也納入澀川春海與同時代日本算聖關孝和的競爭，將數學知識活動，譬如解題與出題等對話，極為成功地融入故事情節之中。下圖是該小說裡一道數學題目的插圖：



在一勾九寸、股十二寸的直角三角形內，有兩個直徑相同的圓，彼此相切，與邊也相切，如上圖所示。這兩個相同圓的半徑為下列哪一個選項？

- (A) $\frac{13}{7}$ (B) $\frac{15}{7}$ (C) $\frac{17}{7}$ (D) $\frac{19}{7}$

20. 獵人養了兩隻大小獵犬，每次狩獵時，都讓大小獵犬守候在相距一公里的兩個位置上。當獵人射下鳥類時，兩隻獵犬會同時以直線的距離追捕獵物。已知大獵犬的速度是小獵犬的兩倍，求小獵犬先追到獵物的範圍區域面積是多少平方公里？

(A) $\frac{1}{9}\pi$ (B) $\frac{2}{9}\pi$ (C) $\frac{1}{3}\pi$ (D) $\frac{4}{9}\pi$

21. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{12} + i \sin \frac{2\pi}{12}$ ，則下列各數值那一個為最大？

(A) $|\omega + 2|$ (B) $|\omega^3 + 2|$ (C) $|\omega^5 + 2|$ (D) $|\omega^8 + 2|$

22. 若數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ 及

$$a_{n+1} = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2a_n + 2} \quad (n \geq 1),$$

則 a_{2004} 的值為何？

(A) 1 (B) $\frac{-5 + \sqrt{5}}{10}$ (C) $-\frac{3 + \sqrt{5}}{4}$ (D) $4 + 2\sqrt{5}$

23. 有一腫瘤的形狀近似於曲線：

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{16 - 4x^2}, \quad -2 \leq x \leq 2$$

與 x 軸圍成的區域繞 x 軸旋轉所得的旋轉體(其中 x 與 y 的單位是公分)，下列哪一個選項的整數最接近腫瘤的體積(立方公分)：

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

24. 設 a 為實數，已知對於所有實數 x ， $\left| \frac{x^2 + ax + 3}{x^2 + x + 2} \right| < 2$ 恆成立，選出正確 a 之範圍。

- (A) $0 < a < 4$ (B) $0 < a$ (C) $a < 4$ (D) $4 < a < 8$

25. 如果 x 是實數，那麼

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 13}$$

的最小值為多少。

- (A) 5 (B) $2\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$