

國立臺北教育大學

112 學年度普通數學

檢定考試試題本

國立臺北教育大學師資培育處

112 學年度普通數學檢定考試

注意事項：

※請核對答案卡與座位上准考證號碼是否相符。

※作答完畢，試題及答案卡皆須繳回。

※以下皆為單選題（共 25 題）。

1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=8$ ， $\angle C=45^\circ$ ， $\angle B=15^\circ$ ，求 \overline{BC} 的長度為何？
(A)8 (B) $2\sqrt{5}$ (C) $4\sqrt{6}$ (D) $5\sqrt{3}$
2. 已知 P 為直線 $y=3$ 與 $y=4^x$ 圖形的交點， Q 為直線 $y=6$ 與 $y=4^x$ 圖形的交點，求直線 PQ 的斜率為何？
(A)3 (B)4 (C)5 (D)6
3. 已知實數 x, y 滿足 $2x-3y=4$ ，求 $4x^2+3y^2$ 的最小值為何？
(A)4 (B)6 (C)8 (D)12
4. 設向量 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 60° ，且 $|\vec{a}|=2$ 、 $|\vec{b}|=1$ 。若向量 \vec{a} 與 $\vec{a}+r\vec{b}$ 垂直，則實數 r 的值為何？
(A)-4 (B)-2 (C)3 (D)4
5. 設 a, b 為正實數，已知 $\log_7 a=11$ 、 $\log_7 b=13$ ，試問 $\log_7(a+b)$ 的值最接近下列哪個選項？
(A)12 (B)13 (C)23 (D)24
6. 從 1 到 11 的連續正整數中，任取三個相異數，其和為偶數的取法共有多少種？
(A)72 (B)85 (C)88 (D)92

7. 已知在 $(1+2x)^n$ 的展開式中， x^3 項的係數等於 x 項係數的 8 倍，求正整數 n 的值為何？
 (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10
8. 學校想從 7 名教師中選派 4 人分別到臺北市、臺中市、臺南市與高雄市等 4 個縣市參加研習，其中甲不到臺北市，乙不到高雄市。試問共有多少種派遣的方案？
 (A) 488 (B) 520 (C) 560 (D) 620
9. 辯論社有實力相當的 4 位男生與 2 位女生，老師從此 6 人中任選 3 人參加比賽，試問選中的 3 人中有男生也有女生的機率為何？
 (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$
10. 已知以每秒 v_0 公尺的速度從地面垂直向上發射子彈， t 秒後的高度為 y 公尺滿足 $y = v_0 t - 4.9t^2$ 今以每秒 58.8 公尺的速度從地面垂直向上發射子彈，試問子彈高度不低於 98 公尺的時間有多少秒？
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
11. 請問下列四個敘述中有幾個正確？
 (i) 若 $a, b > 0$ ，則 $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$
 (ii) $\sqrt{3} + \sqrt{14} < \sqrt{4} + \sqrt{13}$
 (iii) 不等式 $|3x - 7| \leq 8$ 的解在數線上所佔的長度為 $\frac{16}{3}$
 (iv) $a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{1}{a}} = 2$ ，其中 a 為實數
 請問以上敘述有幾個是正確的？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
12. 請問下列四個敘述中有幾個正確？
 (i) 能表示成 $\frac{n}{m}$ 的數 ($m \neq 0$ ， m, n 為實數)，就是有理數
 (ii) 設 a 為正的有理數，則 $\sqrt[3]{a(a^2 + 3a + 3)} + 1$ 也為有理數
 (iii) 設 a, b 為實數，則 $a + b$ 為有理數 $\Leftrightarrow a - b$ 為有理數
 (iv) 設 a, b 為實數，若 $a + b\sqrt{3} = 0$ ，則 $a = b = 0$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

13. 二次函數 $f(x) = x^2 - 4x + k$ 在 $-2 \leq x \leq 1$ 的範圍內有最小值 -1 ，請問 k 在下列哪個範圍內？
(A) $k \geq 3.5$ (B) $2.5 < k < 3.5$ (C) $-1.5 < k \leq 2.5$ (D) $k \leq -1.5$
14. 設 a, b 為 $x^2 - 3x + 6 = 0$ 之二根，試求 $a^3 + b^3 = ?$
(A) 7 (B) 3 (C) -5 (D) -9
15. 已知 $f(x + y) = f(x) + f(y) - xy - 1$ ，其中 $x, y \in \mathbb{R}$ ，且 $f(1) = 1$ 。請問有多少個自然數 n 使得 $f(n) = n$ ？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
16. 二次不等式 $2x \leq x^2 - 3$ 的解為？
(A) $-3 \leq x \leq 1$ (B) $x \leq -3$ or $x \geq 1$ (C) $-1 \leq x \leq 3$
(D) $x \leq -1$ or $x \geq 3$
17. 若 a 為整數，且 $2a + 1$ 整除 $3a - 3$ ，則 a 的所有可能值有幾個？
(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2
18. 已知座標 $A(5, 3)$ ， $B(3, 1)$ ， $C(1, 3)$ 。求三角形 $\triangle ABC$ 之面積。
(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12
19. 已知 $x + 2y + 3z = 7$ ，求 $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2$ 的最小值為何？
(A) $\frac{3}{\sqrt{14}}$ (B) $\frac{4}{\sqrt{14}}$ (C) $\frac{6}{\sqrt{14}}$ (D) $\frac{7}{\sqrt{14}}$
20. 若 $\sin x \times \tan x = 2$ ，試求 $\cos x = ?$
(A) $1 - \sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2} - 1$ (C) $-\sqrt{2} - 1$ (D) $\sqrt{2} + 1$
21. 已知一個圓的圓心座標為 $(-2, 3)$ ，且其中一條直徑的兩個端點恰好在兩座標軸上，則此圓的周長為何？
(A) $\sqrt{13}\pi$ (B) $\sqrt{26}\pi$ (C) $\sqrt{39}\pi$ (D) $\sqrt{52}\pi$

22. 令 $k > 0$ 。若直線 $\sqrt{2}x - y + k = 0$ 與圓 $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$ 相切，則 $k = ?$
(A) $4 - \sqrt{2}$ (B) $3 - \sqrt{2}$ (C) $2 - \sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2} - 1$
23. 小遠今日參加 5 場桌球比賽，每場報名費 300 元。已知每場比賽贏的機率為 $1/4$ ，輸的機率為 $3/4$ ，每場比賽結果彼此獨立。若勝一場獎金 1200，輸一場沒有獎金也沒有罰款。請問小遠最後扣掉成本後，至少贏得 2600 元的機率為多少？
(A) $15/1024$ (B) $1/1024$ (C) $1/256$ (D) $1/64$
24. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\angle C = 120^\circ$ ，則 $\overline{AB} = ?$
(A) $\sqrt{49}$ (B) $\sqrt{55}$ (C) $\sqrt{63}$ (D) $\sqrt{72}$
25. 令 $A = \sin 200^\circ$ ， $B = \cos 200^\circ$ ， $C = \tan 200^\circ$ 。下列何者正確？
(A) $A > B > C$ (B) $C > B > A$
(C) $C > A > B$ (D) $A > C > B$